

Séance de 1 heure | Situation et cours

Un devis est une fonction affine

Seconde MNB | Compétence C3.6

Prénom et nom : Classe :

Énoncé — Contexte professionnel : location d'une nacelle pour un ravalement

Un économiste de la construction chiffre la location d'une nacelle élévatrice pour un chantier de ravalement de façade. Deux loueurs répondent, avec des prix hors taxes :

- **Loueur A** : livraison et reprise 420 €, puis 180 € **par jour** de location ;
- **Loueur B** : livraison et reprise 120 €, puis 230 € **par jour**.

Le conducteur de travaux hésite encore sur la durée : entre quatre jours si le temps le permet, et une bonne dizaine si la pluie s'en mêle.

« Lequel des deux est le moins cher ? — Ça dépend de combien de jours. Justement : au-delà de combien de jours ? »

Définition

Un tarif composé d'un **montant fixe** et d'un **montant proportionnel** à une quantité x s'écrit : $C(x) = a \times x + b$.

a est le **prix unitaire** (ici, par jour) ; b est la **part fixe**, payée une seule fois quelle que soit la durée.

Propriété

Une telle fonction est une **fonction affine**. Sa représentation graphique est une **droite** :

b est l'**ordonnée à l'origine** : le coût pour zéro jour, c'est-à-dire la seule livraison ;

a est le **coefficient directeur** : de combien le coût monte quand on ajoute un jour.

Erreur fréquente — Le piège du prix journalier

« 180 € par jour, c'est moins cher que 230 € » ne suffit pas à trancher : la part fixe change tout. Le loueur au tarif journalier le plus bas peut rester le plus cher sur une location courte, parce qu'on paie sa livraison une fois pour toutes.

Méthode — Au-delà de quelle durée une offre devient-elle meilleure ?

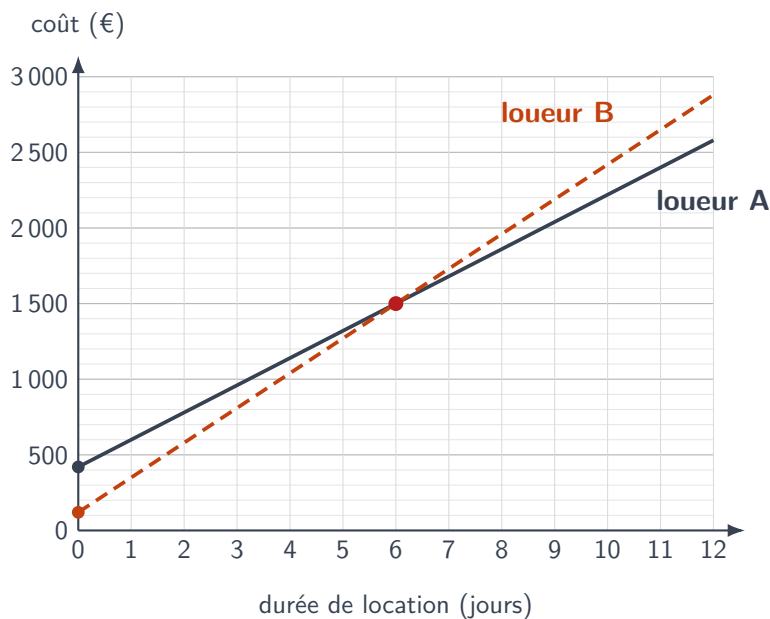
On cherche la durée où les deux coûtent pareil : on **résout l'équation** $C_A(x) = C_B(x)$.

À cette durée, les deux offres coûtent la même chose. Avant, l'offre à faible part fixe l'emporte ; au-delà, c'est celle au faible prix journalier.

Exercices | Socle

Écrire et utiliser un tarif

Écris tes calculs et l'unité de chaque résultat.



Les deux tarifs sont représentés dans un même repère : en abscisse la durée de location, graduée jour par jour de 0 à 12 ; en ordonnée le coût, de 0 à 3000 €, avec une graduation tous les 100 €.

Coût de la location de la nacelle selon sa durée. En abscisse, la durée en jours ; en ordonnée, le coût en euros, gradué de 100 en 100 €. Trait plein : loueur A, qui part de 420 € ; tirets : loueur B, qui part de 120 €. Le point rouge marque le croisement des deux droites.

Exercice 1 – Lire le tarif du loueur A

Exemple — Sur d'autres valeurs

Un loueur facture 150 € de livraison-reprise, puis 200 € par jour : $C(x) = 200 \times x + 150$. Pour 2 jours : $200 \times 2 + 150 = 400 + 150 = 550$ €.

À toi de jouer.

Le loueur A facture 420 € de livraison-reprise, puis 180 € par jour.

1. Écrire le coût $C_A(x)$ sous la forme $a \times x + b$.

2. Calculer le coût pour 3 jours, en euros.

3. Calculer le coût pour 7 jours, en euros.

Exercice 2 – Le tarif du loueur B

Exemple — Sur d'autres valeurs

Un loueur facture 100 € de livraison et 250 € par jour : pour 2 jours, $250 \times 2 + 100 = 600$ €. Un autre facture 50 € et 300 € par jour : $300 \times 2 + 50 = 650$ €. Pour 2 jours, le premier est le moins cher.

À toi de jouer.

Le loueur B facture 120 € de livraison-reprise, puis 230 € par jour.

1. Écrire le coût $C_B(x)$ sous la forme $a \times x + b$.

2. Calculer $C_B(3)$ puis $C_B(7)$.

3. Pour 3 jours, quel loueur est le moins cher ? Et pour 7 jours ?

Exercice 3 – Reconnaître la part fixe

Exemple — Sur d'autres valeurs

Pour $C(x) = 30x + 80$, la part fixe est 80 € et le prix par jour 30 €. $C(x) = 50x$ s'écrit aussi $50x + 0$: la part fixe est 0 €.

À toi de jouer.

Trois autres matériels sont proposés. Pour chacun, indiquer la **part fixe** et le **prix par jour**.

1. $C(x) = 45x + 250$

2. $C(x) = 120x$

3. $C(x) = 300$

4. Parmi ces trois tarifs, lequel ne coûte rien si l'on ne loue aucun jour ? Lequel coûte la même chose quelle que soit la durée ?

Exercices | Standard

Exercice 4 – Le point de bascule

Exemple — Sur d'autres valeurs

Deux offres coûtent $100x + 300$ et $150x + 100$. On résout $100x + 300 = 150x + 100$: $300 - 100 = 150x - 100x$, donc $200 = 50x$ et $x = 200 \div 50 = 4$ jours.

À toi de jouer.

On cherche la durée au-delà de laquelle le loueur A devient plus avantageux.

1. Écrire l'équation $C_A(x) = C_B(x)$ avec les tarifs des deux loueurs.

2. La résoudre.

3. Interpréter le résultat en une phrase, en disant qui est le moins cher avant et après.

4. Vérifier en calculant les deux coûts pour cette durée.

Exercice 5 – Décider avec une durée incertaine**Exemple — Sur d'autres valeurs**

Deux offres coûtent $100x + 300$ et $150x + 100$. Pour 2 jours : 500 € et 400 €, la seconde fait gagner 100 €. Pour 10 jours : 1 300 € et 1 600 €, la première fait gagner 300 €.

À toi de jouer.

Le conducteur de travaux annonce : « entre 4 et 12 jours, selon la météo ».

1. Calculer le coût des deux offres pour 4 jours, puis pour 12 jours.

2. Quelle offre choisir si le chantier dure 4 jours ? Et 12 jours ? Calculer à chaque fois la somme économisée.

3. L'économiste retient finalement le loueur A. À l'aide des sommes trouvées à la question 2, rédiger en une phrase l'argument qu'il peut donner au conducteur de travaux.

Exercice | Approfondissement**Exercice 6 – Ce que coûte vraiment une journée****Exemple — Sur d'autres valeurs**

Un petit matériel coûte $60x + 100$ et le budget est de 500 € : $60x + 100 \leq 500$, donc $60x \leq 400$ et $x \leq 400 \div 60 \approx 6,67$. Pour 2 jours, une journée revient en moyenne à $(60 \times 2 + 100) \div 2 = 220 \div 2 = 110$ €.

À toi de jouer.

Le budget alloué à la location chez le loueur A est de 2 200 €.

1. Écrire l'inéquation traduisant « le coût ne dépasse pas 2 200 € », puis la résoudre.

2. Combien de jours entiers peut-on louer ? Justifier l'arrondi choisi — il n'est pas le même que d'habitude.

3. Calculer le coût moyen d'une journée pour une location de 3 jours, puis pour une location de 9 jours.

4. Le coût moyen par jour n'est pas constant alors que le tarif journalier, lui, l'est. Expliquer ce paradoxe apparent en deux phrases.

Mon bilan avec l'enseignant : ☐ Écrire un tarif $ax + b$ ☐ Comparer deux offres ☐ Trouver le point de bascule.